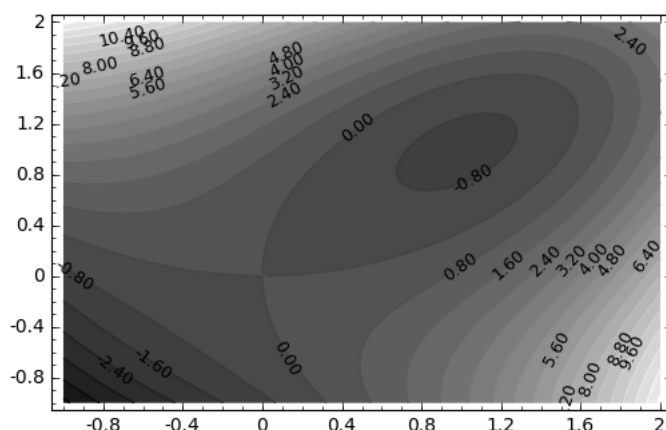


13. ÜBUNGSBLATT

Thema: *Funktionen mehrerer Veränderlicher: Taylor Reihe, Extrema*

13.1.



Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy.$$

- Begründen Sie, dass f zweimal stetig differenzierbar ist.
- Bestimmen Sie den Gradienten $\text{grad} f(x, y)$ von f .
- Bestimmen Sie die Hesse-Matrix $H_f(x, y)$ von f .
- Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades von f um $(0, 1)$.
- Bestimmen Sie alle kritischen Punkte von f .
- Besitzt die Funktion f lokale Minima/Maxima?

13.2. Aus einem Draht der Länge 1 soll ein Quader mit maximalen Inhalt gemacht werden. Was sind die optimalen Kantenlängen?



13.3. Die durch

$$f(x) = 100(y - x^2)^2 + (1 - x)^2$$

erklärte Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ heißt Rosenbrock-Funktion. Diese Funktion wird oft zum Testen von Verfahren für unrestringierte Optimierungsaufgaben benutzt. Erstellen Sie (mit Hilfe eines Computers) eine Abbildung für den Graphen von f . Untersuchen Sie f auf globale Extremstellen.