Numerische Verfahren und Analysisgrundlagen
 5-6.1.2012 (WS 2011/12)

Hochschule RheinMain
 Dr. Rasa Steuding

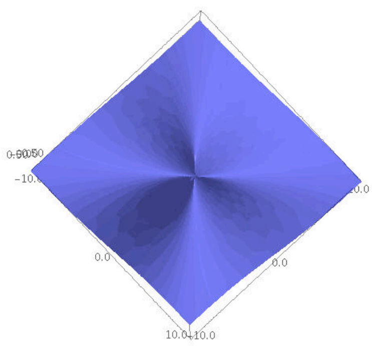
12. Übungsblatt

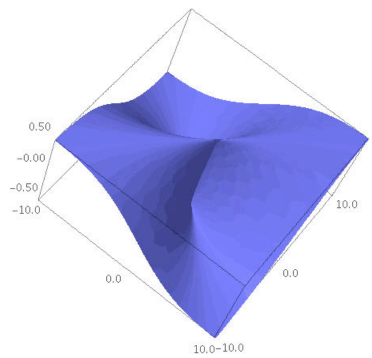
Thema: *Funktionen mehrerer Veränderlicher*

12.1. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x,y) \mapsto f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{falls} \quad x^2+y^2 > 0, \\ 0 & \text{falls} \quad x^2+y^2 = 0, \end{cases}$$

überall stetig ist mit Ausnahme des $(x,y) = (0,0)$.





12.2. Für $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ sei die Funktion f definiert durch

$$f(x,y) = \cos(xy^2).$$

Zeigen Sie, dass f partielle Ableitungen beliebiger Ordnung besitzt. Sind die zweiten partiellen Ableitungen stetig? Gilt der Satz von Schwarz?

12.3. Bestimmen Sie alle Stellen, an denen die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x,y) \mapsto |x-y| \cdot y$$

nicht partiell differenzierbar ist.

12.4. Die Funktionen $f, g, h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ seien erklärt durch

$$f(x,y) = x^2 + y^2, \quad g(x,y) = x^2 - y^2, \quad h(x,y) = x^2 + y^3.$$

Erstellen Sie (mit Hilfe eines Computers) Abbildungen für die Graphen von f, g, h. Besitzen die Funktionen f, g, h Maxima oder Minima?