

## 7. ÜBUNGSBLATT

**Thema:** *Taylorreihen*

**7.1.** Entwickeln Sie die folgende Funktionen  $f(x)$  nach dem Satz von Taylor in eine Potenzreihe mit dem Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$  und bestimmen Sie ihren Konvergenzbereich:

a)  $\exp(-x)$ , b)  $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ , c)  $f(x) = \cosh(x) := \frac{1}{2}(\exp(x) + \exp(-x))$ .

**7.2.** Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung  $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = 0$  im Intervall  $[-1, 4]$  näherungsweise, indem Sie die Cosinus-Funktion durch das Taylorpolynom 4. Grades mit Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$  ersetzen.

**7.3.** Bestimmen Sie die Potenzreihenentwicklung der Exponentialfunktion um  $x_0 = 0$ . Wie groß ist der maximale Fehler an der Stelle  $x = 0.5$ , wenn die Reihe nach a) 3 Gliedern, b) 4 Gliedern und c) 5 Gliedern abgebrochen wird?

**7.4.** Entwickeln Sie  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  in eine Potenzreihe um  $x_0 = -1$ . (Hinweis: Interpretieren Sie  $f(x)$  als die Summe einer unendlichen geometrischen Reihe.)

**7.5.**



Berechnen Sie  $\log 2$ , so dass das Ergebnis auf 2 Stellen hinter dem Komma genau ist. Wie groß muss dafür der Grad des Taylor-Polynoms gewählt werden?