Numerische Verfahren und Analysisgrundlagen — Hochschule RheinMain
3-4.11.2011 (WS 2011/12) — Dr. Rasa Steuding

5. Übungsblatt

Thema: *Differentiation*

5.1. Untersuchen Sie, ob die Funktion $f(x)$ an der Stelle x_0 differenzierbar ist:

$$\text{a) } f(x) = \sqrt{x}, \quad x_0 = 0; \qquad \text{b) } f(x) = \begin{cases} |x| + 1, & x \leq 0 \\ \cos(x), & x > 0 \end{cases}, \quad x_0 = 0.$$

5.2. Man bilde die Ableitung von $f(x)$ für alle Werte von x, in denen die Ableitung existiert:

$$\text{a) } f(x) = \sqrt{x^2+1}, \quad \text{b) } f(x) = \sin(x) \cdot \exp(-x),$$

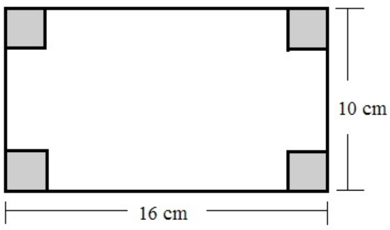
$$\text{c) } f(x) = \frac{\log(7x^2+13)}{x^4+1}, \quad \text{d) } f(x) = \cos(ax+b), \quad \text{e) } f(x) = \cos(\sin(\cos(x))).$$

5.3. Berechnen Sie folgende Grenzwerte (falls existent):

$$\text{a) } \lim_{x\to 0} \frac{\exp(-x)-1}{x}, \quad \text{b) } \lim_{x\to 1} \frac{42\log(x)}{x-1}, \quad \text{c) } \lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x}, \quad \text{d) } \lim_{x\to 0+} \frac{2x^3+3x}{2x^4-x^2}.$$

5.4. Geben Sie durch geeignete Linearisierung von $f(x) = \sin(x)$ einen Nährungswert für $x = 0.001$ an.

5.5. Aus einer rechtwinckligen Blechplatte der Seitenlange 16 cm und 10 cm soll eine quaderförmige oben offene Wanne mit maximalem Volumen geformt werden (siehe unten den Blechzuschnitt). Wie viele cm^3 beträgt das maximale Volumen?



5.6.

Mit dem Newton-Verfahren bestimme man π auf 6 Stellen genau mit Hilfe der Gleichung

$$\tan\left(\frac{x}{4}\right) - \cot\left(\frac{x}{4}\right) = 0,$$

wobei $\tan(x) := \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $\cos(x) \neq 0$ und $\cot(x) := \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$ für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $\sin(x) \neq 0$.