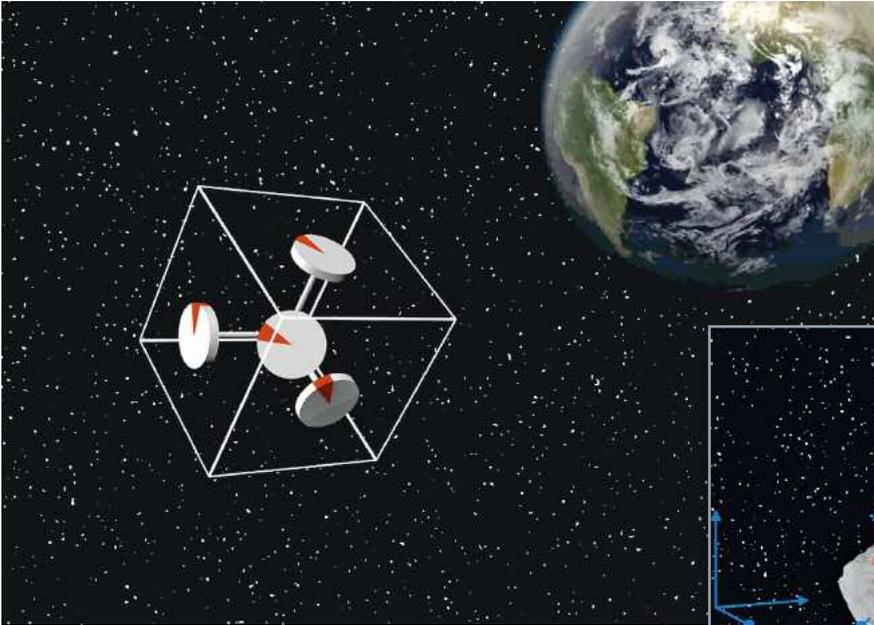
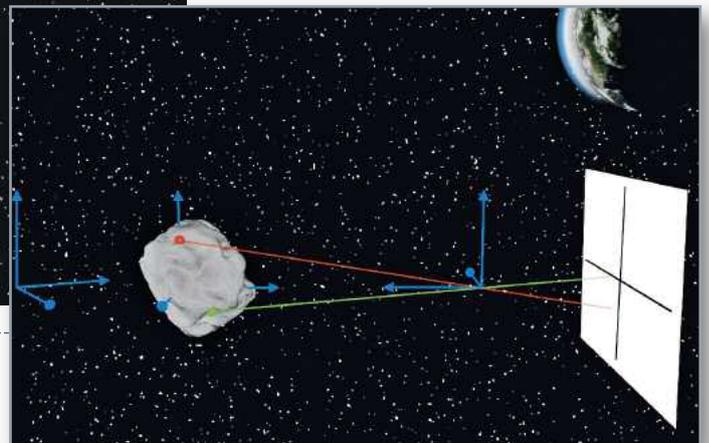


Steuerung von Drehbewegungen und Schätzung von Rotationsparametern



Links: Lagemanöver eines Satelliten durch optimierte Steuerung innerer Rotoren

Unten: Schätzung der Rotationsparameter eines Kometen aus Kamerabildern



Problemstellung

Zahlreiche Ingenieur Anwendungen erfordern die Steuerung von Drehbewegungen, wie etwa die folgenden Beispiele zeigen:

- Lageregelung eines Satelliten;
- Steuerung von Roboterarmen;
- Nachführalgorithmen für Überwachungskameras;
- elektronische Einparkhilfen bei Kraftfahrzeugen;
- autonome Steuerung unbemannter Fahrzeuge.

Dabei sind typischerweise diverse Nebenbedingungen zu berücksichtigen, bei einem Satelliten beispielsweise hinsichtlich der Ausrichtung von Sonnenpaddeln, Antennen, Bordteleskopen, Kameras, Sensoren und anderen Bordinstrumenten. Umgekehrt sind bei einer bereits ablaufenden Drehbewegung Parameter zu schätzen, die diese Bewegung beschreiben.

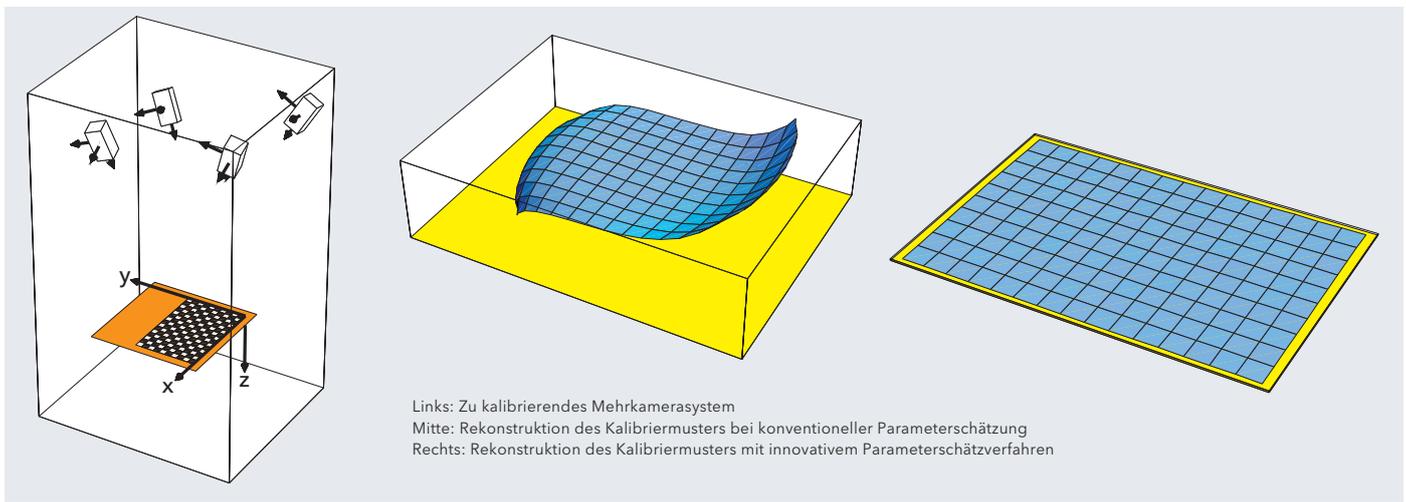
Auch hier seien einige Beispiele genannt:

- Lagebestimmung von Satelliten;
- Spinachsenbestimmung rotierender Satelliten;
- Kalibration von Kamera- und Überwachungssystemen;
- Bestimmung von Drehachse, Winkelgeschwindigkeit und Trägheitstensor eines Kometen sowie der Positionen sichtbarer Geländepunkte aus Kamerabildern.

Die beiden unterschiedlichen Fragestellungen treten oft in Kombination auf, etwa bei Verwendung geschlossener Regelkreise, bei denen die zukünftige Steuerung einer Drehbewegung vom augenblicklichen Systemzustand abhängt, der wiederum aus vorhandenen Messungen zu schätzen ist.

Mathematische Gesichtspunkte

Die oben genannten Ingenieurprobleme weisen eine reichhaltige mathematische Struktur auf, deren Aufdeckung und Ausnutzung die Behandlung des Problems oft erheblich vereinfacht und bessere Lösungen liefert als viele gängige „ingenieurmäßige“ Ansätze. Beispielsweise ist der Zustandsraum von Systemen, die Bewegungsabläufe beschreiben, stets ein homogener Raum unter der Wirkung einer Lieschen Gruppe (etwa der Rotationsgruppe $SO(3)$, der Bewegungsgruppe der Ebene oder des Raums, der unitären Gruppe $SU(2)$ oder anderer Gruppen), und die Ausnutzung dieser Gruppenstruktur führt nicht nur zu einem besseren begrifflichen Verständnis der Problemstellung, sondern oft auch zu einer drastischen Verringerung des Rechenaufwands.



Links: Zu kalibrierendes Mehrkameranersystem
 Mitte: Rekonstruktion des Kalibrieremusters bei konventioneller Parameterschätzung
 Rechts: Rekonstruktion des Kalibrieremusters mit innovativem Parameterschätzverfahren

Insbesondere erlaubt sie die Verwendung innovativer mathematischer Methoden, die bisher noch kaum Eingang in die Ingenieurpraxis fanden:

- Methoden der geometrischen Kontrolltheorie wie etwa maßgeschneiderte Versionen des Pontrjaginschen Maximumprinzips und Optimalitätskriterien höherer Ordnung (Krener, Agrachev, Gamkrelidze, Sussmann);
- Statistik auf Mannigfaltigkeiten mit realistischer Modellierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und damit der statistisch korrekten Durchführung von Parameterschätzungen, Kovarianzanalysen und Hypothesentests (statt der üblichen Rechnungen in lokalen Koordinaten mit fragwürdigen Verteilungsannahmen);
- Ermitteln von Schätzwerten, die auch bei schlechter Datenlage (wenige oder schlechte Messungen) gut genug sind, um als Startwerte iterativer Verfahren dienen zu können, durch geeignete Mittelungsmethoden auf Mannigfaltigkeiten (Fréchet, Karcher, Pennec);
- Optimierung auf Mannigfaltigkeiten mit maßgeschneiderten Verfahren vom Gradienten- oder Newtontyp.

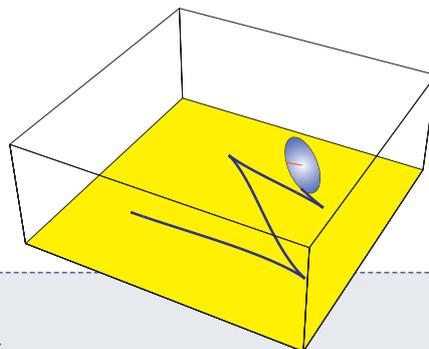
Fahrspur bei optimierter Bewegung eines Einrades

Erfolgreiche Anwendungen

Methoden der genannten Art wurden erfolgreich auf Praxisprobleme in verschiedenen Bereichen angewandt:

- Methoden zur Lageregelung von Satelliten unter der Maßgabe der Vermeidung verbotener Blickrichtungen für ein Bordteleskop;
- Optimierung von Manöverstrategien für die Änderung der Drehachsenrichtung eines spinstabilisierten Satelliten;
- automatisierte Ermittlung optimaler Trajektorien zum Einparken eines Fahrzeugs;
- Kalibration einer Röntgendetektionsanlage zur Gepäckkontrolle an Flughäfen;
- Kalibration eines Mehrkameranersystems zum Einsatz in der Medizin;
- Schätzung von Rotationsparametern eines Kometen aus Kamerabildern;
- optimierte Steuerung von Quantengattern.

Die Beteiligung an der Hannovermesse dient dem Zweck, mögliche neue Anwendungsgebiete zu erschließen, etwa in der Robotik oder der Bildverarbeitung.



Arbeitsgruppe Mathematik

An der Fachhochschule Wiesbaden hat sich eine kleine, aber äußerst leistungsfähige Arbeitsgruppe auf dem Gebiet der Angewandten Mathematik herausgebildet, die mittlerweile zu den forschungs- und drittmittelstärksten Einheiten der Hochschule gehört. Ihre besonderen Stärken liegen auf folgenden Gebieten:

- Systemtheorie, Systemidentifikation, Parameterschätzung, Bildverarbeitung, Kontrolltheorie;
- Optimierungsverfahren, insbesondere bei geometrisch strukturierten Problemen;
- nichtlineare und singulär gestörte Differentialgleichungen;
- numerische Mathematik, Finite-Elemente-Verfahren, Randelementemethoden, netzfreie Verfahren;
- Kontinuumsmechanik (insbesondere Elasto- und Strömungsmechanik), Materialwissenschaften (Verbundstoffe), Starrkörperbewegung;
- statistische Verfahren, Biometrie.

Derzeit werden in der Arbeitsgruppe drei größere vom Bundesministerium für Bildung und Forschung geförderte Projekte durchgeführt (eines im Rahmen der Förderlinie „Ingenieurnachwuchs“, zwei im Rahmen des FHprofUnd-Programms).

Control of Rotational Motion and Estimation of Rotational Parameters

Many engineering applications require the control of rotating bodies (satellites, robot arms, surveillance cameras, land vehicles) and the estimation of rotational parameters (spacecraft attitude determination, calibration of detection systems, optical navigation). Advanced mathematical methods (geometric control theory, statistics and optimization on manifolds) help to find optimal solutions to such problems.